

Sats 34. A. Teorem.

(Fig. 129.) Om en korda i en cirkel är delad i två delar, så är rektangeln av kordans delar lika med kvadraten på radien minskad med kvadraten på delningspunktens avstånd till medelpunkten.

Antagande: Kordans delar äro a och b , $a > b$.

Påstående: $ab = r^2 - z^2$.

Konstr. Fäll normalen h från medelpunkten mot kordan.

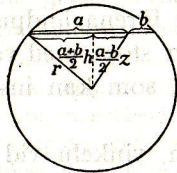


Fig. 129.

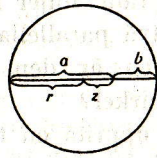


Fig. 129 a.

Bevis. Normalen delar kordan mitt itu, följaktligen blir den större delen a delad i två delar, av vilka den ena är $\frac{a+b}{2}$ och den andra är $a - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2}$. Enl. Pythagoreiska satsen fås sålunda

$$r^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + h^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{4} + h^2$$

$$z^2 = \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + h^2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{4} + h^2,$$

varav (enl. ax. 3) fås

$$r^2 - z^2 = \frac{4ab}{4} = ab. \quad \text{V. S. B.}$$

Anm. (Fig. 129 a.) Satsen gäller även om kordan är en diameter. Ty då är $a = r+z$, $b = r-z$, $\therefore ab = (r+z)(r-z) = r^2 - z^2$.

Sats 35. Teorem.

(Fig. 130.) Om två kordor i en cirkel skära varandra, så är rektangeln av den ena kordans delar lika med rektangeln av den andras.

Ty enl. 34 A är $ab = r^2 - z^2$; likaså är $cd = r^2 - z^2$, $\therefore ab = cd$. V. S. B.

Följdsats. Om flera än två kordor skära varandra i samma punkt inom en cirkel, så bliva rektangelarna av deras delar allesammans lika stora.

Anm. Om den ena kordan skär den andra mitt itu, så blir rektangeln av den senares delar kvadraten på dess hälft. Om under denna förutsättning den förra går genom medelpunkten, således vinkelrätt mot den senare, så återfås II: 14.

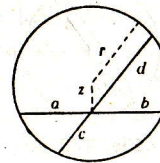


Fig. 130.

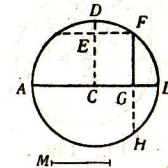


Fig. 131.

Sats 35. A. Problem.

(Fig. 131.) Att dela en given rät linje (AB) i två sådana delar, att rektangeln av dem blir lika med kvadraten på en given sträcka M.

Analys.* Vid betraktandet av föregående anm. finner man, att om en cirkel uppritas över AB som diameter, man blott behöver konstruera en mot AB vinkelrät korda, som är lika med $2M$.

Lösning. Skär AB mitt itu i C och tag C till medelpunkt för en cirkellinje, som går genom B; drag vidare genom någon punkt på AB t. ex. C en linje $CD \perp AB$, gör $CE = M$ och drag $EF \parallel AB$. Fälles slutligen $FG \perp AB$, så är G den sökta punkten.

Ty drages FG ut till cirkellinjen i H, så är $FG = GH$ (konstr., sats 3), och man har $AG \cdot BG = \overline{FG}^2$ (sats 35) $= M^2$. V. S. G.

Anm. Detta problem kan också uttryckas sålunda: att upprita en rektangel, vars yta är $= M^2$ och vars summan av två närliggande sidor är $= AB$. Problemet är omöjligt, om M är $> \frac{1}{2} AB$.

* Se s. 120.