Sats 10. Problem.

(Fig. 145.) *Att upprita en likbent triangel, som har vardera vinkeln vid basen dubbelt så stor som vinkeln vid spetsen.*

Sökt: En triangel ABC, där $\wedge B = \wedge C = \wedge 2A$.

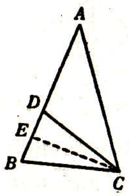

Fig. 145.

Lösning. Tag en rät linje AB efter behag och dela den i »gyllene snittet», d. v. s. så, att $\overline{AD}^2 = AB \cdot BD$ (II: 11). Rita sedan över BD en likbent $\triangle BCD$, vars sida CD är $= AD$, och sammanbind A med C.

Påstående: $\triangle ABC$ är den sökta triangeln.

Konstr. Fäll $CE \perp AB$.

Bevis. $DE = BE$ (4:e kongr. f.). Vidare är $\wedge B$ spetsig (I: 17 f.), $\because \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot AB \cdot BE$ (II: 13); men enligt konstr. är $\overline{BC}^2 = \overline{AD}^2 = AB \cdot BD = 2 \cdot AB \cdot BE$, såsom lätt inses. I följd därav är $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2$, $\because AC = AB$ (I: 47 A), $\because \wedge BCA = \wedge B$ (I: 5) $= \wedge BDC = 2 \wedge A$ (I: 5; 32). V.S.G.

Följdsats. Lätt inses, att $\triangle BCD$ också har vardera vinkeln vid basen dubbelt så stor som vinkeln vid spetsen, samt att $\wedge ADC$ är $= 3 \wedge A$.

Anm. Emedan vardera vinkeln vid basen är dubbelt så stor som vinkeln vid spetsen, så äro alla tre vinklarna tillhopa $= 5\,A$; men de äro ock tillhopa $= 2\,R$; alltså är $A = \frac{1}{5} \cdot 2\,R = \frac{2}{5}\,R = \frac{1}{10} \cdot 4\,R = 36°$. Tänker man sig nu, att A är medelpunkt och AB radie till en cirkel, så är den båge, som av $\wedge A$ upptages, $= \frac{1}{10}$ av cirkellinjen (I: 15, f.; III: 26), och denna båges korda BC ($= AD$) är då sidan i den inskrivna reguljära tiohörningen. *Nämnda sida är alltså = den större delen av radien, då denna delas enligt gyllene snittet.*

Sats 11. Problem.

(Fig. 146.) *Att i en given cirkel inskriva en reguljär femhörning.*

Analys och lösning. Likasom den inskrivna reguljära 10-hörningens sida upptager $\frac{1}{10}$ av cirkellinjen, så upptager

den reguljära 5-hörningens $\frac{1}{5}$ därav. Apterar man därför från samma punkt F åt ömse håll linjer FC, FD, som äro = den inskrivna reguljära 10-hörningens sida, och sammanbinder C med D, så är denna linje sida i den inskrivna reguljära 5-hörningen, vars inskrivning sedan lätt fullbordas genom att aptera CB, BA, AE alla lika stora med CD, varefter D och E sammanbindas.

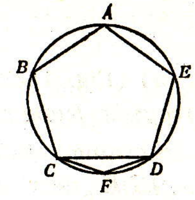

Fig. 146.

Bevis. Emedan bågen CD är $= \frac{1}{5}$ av cirkellinjen, och lika stora kordor upptaga lika stora bågar, så är också bågen BC = bågen AB = bågen $AE = \frac{1}{5}$ av cirkellinjen. Då måste den återstående bågen DE även vara $= \frac{1}{5}$ av periferin och dess korda DE vara $= CD$ (III: 29). Således är 5-hörningen liksidig. Den är även likvinklig, emedan alla dess vinklar äro periferivinklar, som stå på lika stora bågar, vardera $= \frac{3}{5}$ av cirkellinjen (III: 27). V. S. G.

Sats 12. Problem.

(Fig. 147.) *Att omkring en given cirkel omskriva en reguljär femhörning.*

Lösning. Dela vinkeln ($= 4\,R$) vid medelpunkten i 5 lika stora delar medelst radier, som råka cirkellinjen i punkterna A, B, C, D och E, (sats 11). Drag genom dessa punkter tangenter till cirkeln.

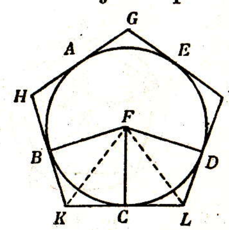

Fig. 147.

Påstående: Den sålunda erhållna 5-hörningen är reguljär.

Bevis. Vrides figuren $\frac{1}{5}$ varv omkring medelpunkten, kommer varje tangeringspunkt och således varje sida och varje hörn att sammanfalla med den nästföljande, $\because GH = HK = KL = LM = MG$, och $\wedge G = \wedge H = \wedge K = \wedge L = \wedge M$. V. S. G.

Följdsats. På samma sätt omskrives kring en given cirkel varje annan reguljär månghörning, som kan inskrivas.