Sats 9, 10. Teorem.

(Fig. 83.) *Om a och b äro två räta linjer, av vilka a är > b, så är*

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2).$$

Ty $(a+b)^2+(a-b)^2=a^2+b^2+2ab+a^2+b^2-2ab=$
$=2a^2+2b^2=2(a^2+b^2).$ V. S. B.

Sats 11. Problem. Obs lär dig denna

(Fig. 84.) *Att dela en given rät linje så, att rektangeln av hela linjen och den ena delen blir lika med kvadraten på den andra.*

Givet: Räta linjen $AB(=a)$.

Sökt: En sådan punkt på AB, att $a(a-x)=x^2$.

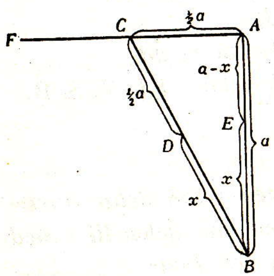

Fig. 84.

Lösning. Drag genom A räta linjen $AF \perp AB$, gör $AC=\frac{1}{2}a$ och sammanbind C med B. Avskär $CD=\frac{1}{2}a$ och gör $BE=BD$.

Påstående: E är den sökta punkten.

Bevis. $(\frac{1}{2}a)^2+a^2=(\frac{1}{2}a+x)^2=$
$=(\frac{1}{2}a)^2+x^2+2\cdot\frac{1}{2}a\cdot x.$

Minska med $(\frac{1}{2}a)^2$, $\therefore$ $a^2=x^2+ax$.

Minska med ax, $\therefore$ $a^2-ax=x^2$, d. v. s. (sats 1 anm. 2) $a(a-x)=x^2$. V. S. B.

Anm. Denna delning av en rät linje kallas »gyllene snittet».

(Fig. 85.) *Definition.* Om man från ändpunkterna av en rät linje (CD) fäller normaler mot en obegränsad rät linje (AB), så kallas avståndet mellan normalernas fotpunkter (EF) för den förra linjens *projektion* på den senare.

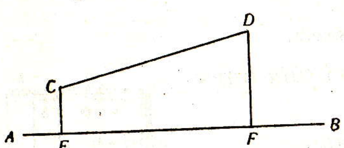

Fig. 85.

I fig. 85 är EF projektionen av CD på AB.

Likaså är i fig. 84 kateten CA projektionen av hypotenusan CB på räta linjen FA.

Sats 12. Teorem.

(Fig. 86.) *I trubbvinkliga trianglar är kvadraten på den sida, som står emot den trubbiga vinkeln, så mycket större än summan av kvadraterna på de båda andra sidorna, som två gånger rektangeln av den ena av de sidor, som omfatta den trubbiga vinkeln, och den andras projektion på den förras förlängning.*

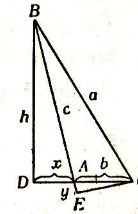

Fig. 86.

Antagande: i $\triangle ABC$ är $\wedge BAC > R$; $BD \perp CD$.

Påstående: $a^2=b^2+c^2+2bx$.

Bevis. $a^2=(b+x)^2+h^2=b^2+x^2+2bx+h^2$.

Men $x^2+h^2=c^2$, $\therefore$ $a^2=b^2+c^2+2bx$. V. S. B.

Anm. Om man drager ut BA och fäller $CE \perp BA$, så bevisas på samma sätt, att $a^2=b^2+c^2+2cy$, varav följer, att bx är $=cy$.

Sats 13. Teorem.

(Fig. 87.) *I varje triangel är kvadraten på en sida, som står emot en spetsig vinkel, så mycket mindre än summan av kvadraterna på de båda andra sidorna som två gånger rektangeln av den ena av de sidor, som omfatta den spetsiga vinkeln, och den andras projektion på den förra.*

Antagande: $\wedge A < R$; $BD \perp AC$.

Påstående: $a^2=b^2+c^2-2bx$.

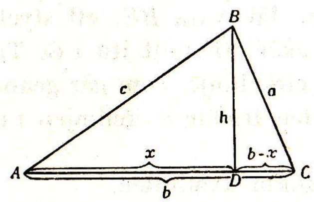

Fig. 87.

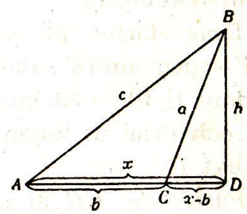

Fig. 88.

Bevis. $a^2=(b-x)^2+h^2=b^2+x^2-2bx+h^2$.

Men $x^2+h^2=c^2$, $\therefore$ $a^2=b^2+c^2-2bx$. V. S. B.

Anm. Detta teor. gäller om vilken $\triangle$ som helst, emedan varje $\triangle$ har åtminstone *två* spetsiga vinklar (I: 17 f.). Beviset är detsamma som nu, även om en vinkel skulle vara rät eller trubbig (jfr fig. 88).