Kommentarer och lösningsskisser

Ergo Fysik 1 (5:e upplagan)

Christian Karlsson

1 mars 2021

Här samlar jag en del saker som jag tycker kan vara värda att säga om uppgifter, men som jag inte vill ta upp bland ledtrådarna. Det kan till exempel handla om olika sätt att lösa en uppgift.

Om du fastnat på en uppgift och vill ha lite hjälp framåt rekommenderar jag först att titta på ledtrådarna. Här avslöjar jag ofta hela lösningen!

Säg gärna till om något är konstigt här!

Uppgifter som tas upp: 3-34, ...

3-33 Den här uppgiften löses enklast genom att använda $2as = v^2 - v_0^2$ två gånger, först på hela sträckan för att bestämma accelerationen, och sedan på halva sträckan för att få reda på sökta hastigheten.

Men det kan vara lite kul att se hur uppgiften också går att lösa med v-t-diagram. Vi låter x sek vara tidpunkten då bilen kört halva sträckan (40 m), och y sek tidpunkten då bilen kört hela vägsträckan (80 m).

FIGUR

Ur v-t-diagrammet får vi ekvationen (tänk på att arean av ett parallelltrapets kan beräknas med $A = \frac{aa+b}{2} \cdot h$).

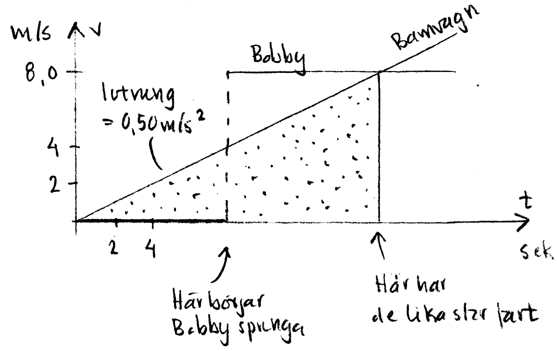
$$\frac{10+18}{2} \cdot y = (40+40) \quad \Leftrightarrow \quad y = \ldots$$

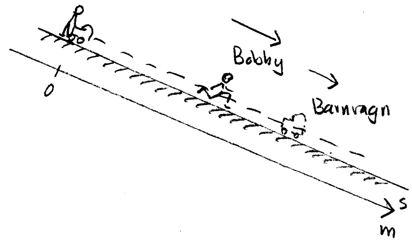
. . . ej klart . . .

3-34 Lösningar av den här typen av uppgifter bygger på det faktum att (i den här uppgiften) Bobby *måste hinna ifatt barnvagnen senast när den har uppnått samma fart som han kan springa med*, det vill säga 8,0 m/s. Har han inte hunnit ikapp innan dess kommer han aldrig att komma ikapp, eftersom barnvagnen efter denna tidpunkt rör sig fortare än Bobby, så avståndet mellan dem skulle då öka.

I boken ges en ledtråd om att ställa upp formler för sträckor, men jag tycker det är bättre att gå en annan väg.

Vi gör istället ett v-t-diagram. Det är egentligen inte nödvändigt, men kan göra det lättare att se igenom beräkningarna.





Eftersom vi vet vagnens acceleration kan vi ta reda på hur lång tid det tar för den att komma upp i 8,0 m/s:

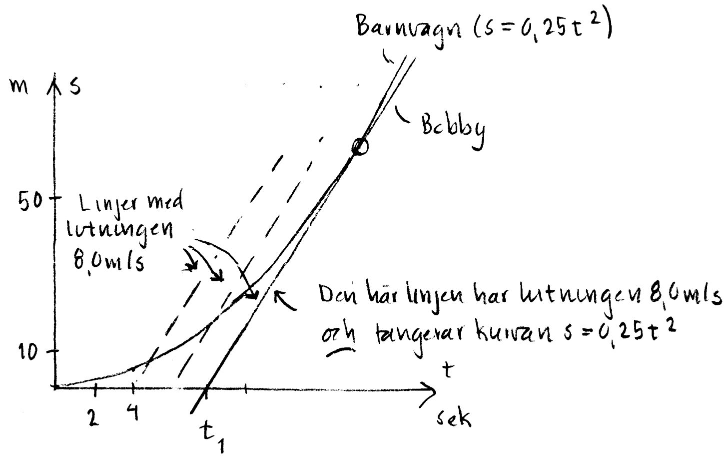
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{8{,}0 - 0}{0{,}50} \text{ sek} = 16 \text{ sek.}$$

Barnvagnens förflyttning under den här tiden är $\Delta s = \frac{16 \cdot 8{,}0}{2}$ m $= 64$ m (arean under grafen).

Hur lång tid tar det för Bobby att springa dessa 64 m? Jo, det tar $\frac{64 \text{ m}}{8{,}0 \text{ m/s}} =$ 8,0 sek, vilket innbär att han kan vänta i $(16-8{,}0)$ sek $= 8$ sek innan han börjar springa.

– – –

Vi hade också kunnat lösa uppgiften med hjälp av s-t-diagram och det vi lärt oss i Ma 3c.[1] Barnvagnens lägesfunktion kan skrivas $s_{\text{bv}}(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + \frac{0{,}50t^2}{2} = 0{,}25t^2$ (vi struntar i att skriva ut enheter). Bobbys lägesfunktionsgraf har lutningen 8,0 (m/s) från och med den tidpunkt då han börjar röra på sig. Låt oss kalla den tidpunkten t_1. Om t_1 ska vara så stor som möjligt, men inte större än att Bobby hinner ikapp barnvagnen behöver dess värde vara sådant att Bobbys lägesfunktionsgraf tangerar barnvagnens lägesfunktionsgraf.

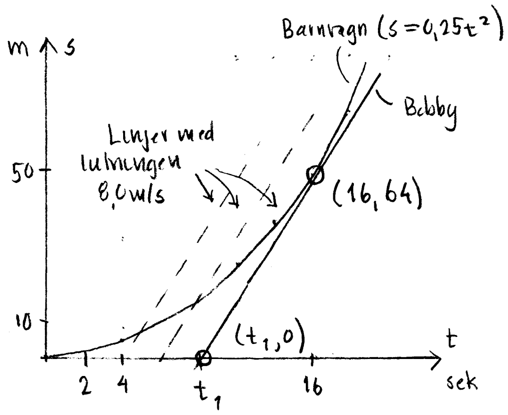


[1]Tack till A.B. och V.M. (2021) som fick mig att börja tänka på att man kan lösa uppgiften på det här sättet.

Nu kommer Ma 3c in i bilden. Tangeringspunktens t-koordinat kan vi få reda på genom att hitta det värde på t då $s'_{\mathrm{bv}}(t) = 8{,}0$. Vi deriverar:

$$s'_{\mathrm{bv}}(t) = 0{,}25 \cdot 2t = 0{,}50t$$

Sätter vi sedan derivatan lika med 8,0 får vi ekvationen $0{,}50t = 8{,}0 \Leftrightarrow t = 16$. Tangeringspunktens s-koordinat blir då $s_{\mathrm{bv}}(16) = 0{,}25 \cdot 16^2 = 64$. Då vet vi att Bobbys lägesfunktionsgraf går genom punkterna $(t_1, 0)$ och $(16, 64)$.



Men vi vet också att dess lutning är 8,0. Detta ger oss ekvationen (kom ihåg “$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$”)

$$8{,}0 = \frac{64 - 0}{16 - t_1} \quad \Leftrightarrow \quad t_1 = 8.$$

Bobby kan alltså vänta i 8 sekunder innan han börjar springa.

3-35 Ett sätt att lösa den här uppgiften är att ställa upp lägesfunktioner och undersöka differensen mellan dessa. Om vi tänker oss att $t = 0$ då expresståget börjar bromsa, och att vi lägger origo där expresståget befinner sig då, blir expressrågets lägesfunktion

$$s_{\mathrm{e}} = 30t + \frac{at^2}{2}.$$

För att bestämma accelerationen a kan vi använda att vi vet att det stannar på 900 m. Accelerationen får vi då ur $2as = v^2 - v_0^2$, vilket ger ...

... ej klart ...

– – –

Vi skulle också kunna lösa uppgiften med hjälp av v-t-diagram:

FIGUR

... ej klart ...