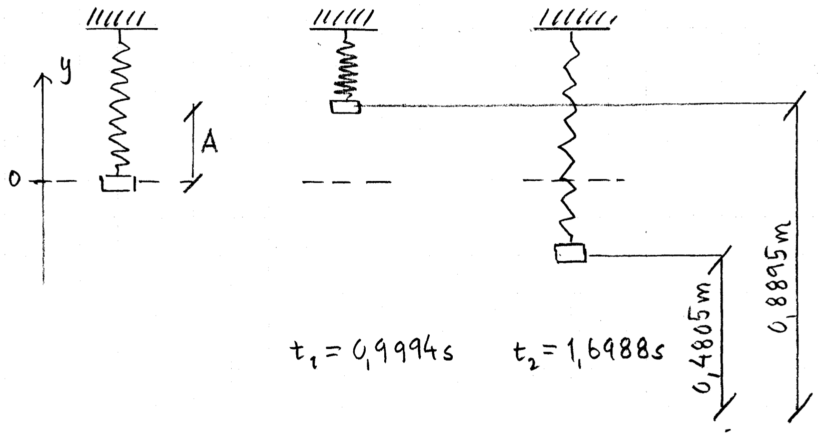
B2002-9

(a)



Amplituden $A = \dfrac{0{,}8895 - 0{,}4805}{2}\,m = 0{,}20\,m$

Perioden (svängningstiden) $T = 2 \cdot (1{,}6988 - 0{,}9994)\,s = 1{,}4\,s$.

Svar: 0,20 m, 1,4 s

(b) Uppgiften kan lösas på olika sätt

Tas ej upp i Ergo

Alt 1 (med harmonisk svängningsrörelse-matematik)

Lägesfunktionen för harmonisk oscillator:

$$y(t) = A \sin \omega t, \text{ där } \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

Hastighetsfunktionen

$$v(t) = y'(t) = A\omega \cos \omega t$$

Då ser vi att största hastigheten är ($\cos \omega t$ är som störst 1)

$$v_{max} = A\omega = A\frac{2\pi}{T} = 0{,}20\,m \cdot \frac{2\pi}{1{,}4\,s} = 0{,}92\,m/s$$

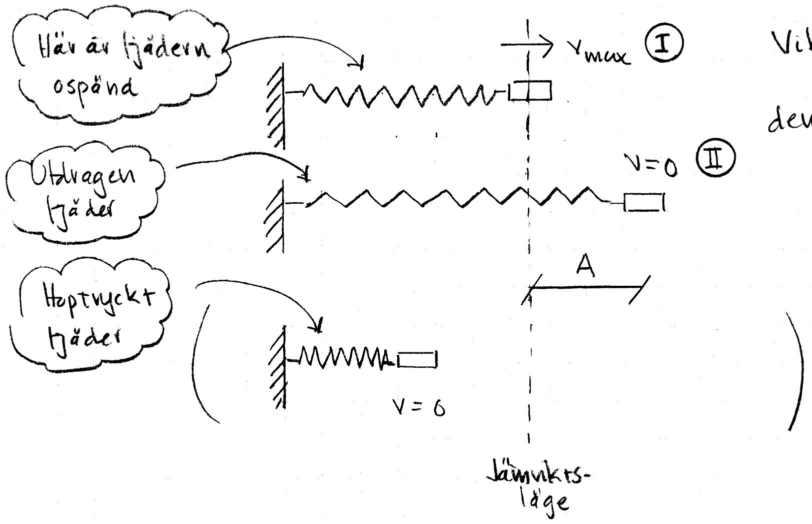
Alt 2 (energiresonemang + sambandet $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$)

För att inte behöva hålla reda på lägesenergin kan vi nyttja oss av att vikten kommer att utföra en vertikal svängningsrörelse runt sitt jämviktsläge på precis samma sätt som om den sattes i horisontell svängningsrörelse genom att vara fastsatt i en fjäder som både kan

B2002-9

(forts).

dras ut och tryckas ihop och som har samma fjäderkonstant (k) både vid hoptryckning och utdragning. Vi betraktar alltså en horisontell svängningsrörelse istället:



Vikten har störst hastighet när den passerar jämviktsläget

Läge I: $W_k^{I} = \dfrac{mv_{max}^2}{2}$

$W_{fj}^{I} = 0$

Läge II: $W_k^{II} = 0$

$W_{fj}^{II} = \dfrac{kA^2}{2}$

Energiprincipen ger

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}\,A \qquad (*)$$

Men för en harmonisk oscillator med massan m och fjäderkonstant k gäller att svängningstiden

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

Insättning i (*) ger

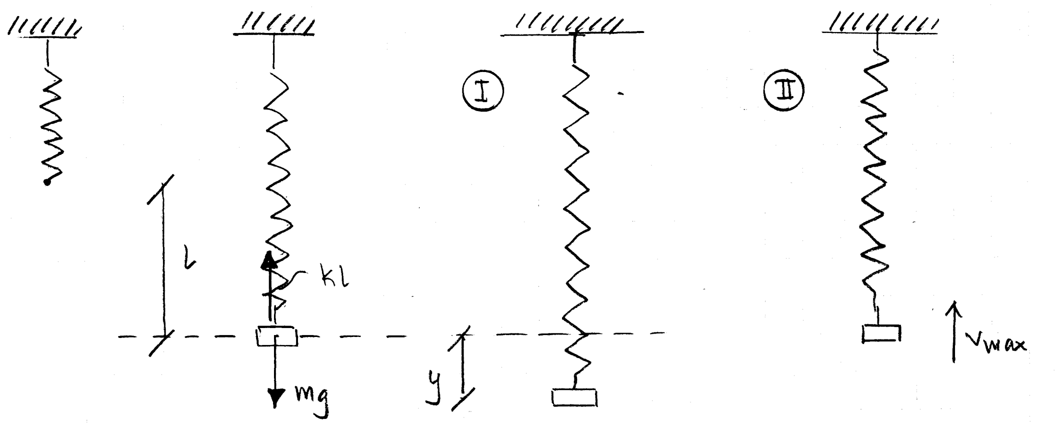
$$v_{max} = \frac{2\pi}{T}\cdot A = \frac{2\pi}{1{,}4\,s}\cdot 0{,}20\,m = 0{,}92\,m/s.$$

B2002-9

(forts)

Alt 3 (energiresonemang + sambandet $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$)

Vi kan också hålla oss till den vertikala svängningsrörelsen och göra energiresonemang. Vi sätter fjäderenergin och lägesenergin till 0 i det läge då fjädern är obelastad



Nytt jämviktsläge

Vikten dras ut avståndet y. Om den släpps...

..kommer den att fara förbi jämviktsläget med farten v_{max}

Läge I:
$$W_k^{I} = 0$$
$$W_p^{I} = -mg(l+y) = -mgl - mgy$$
$$W_{fj}^{II} = \frac{k(l+y)^2}{2} = \frac{kl^2}{2} + \frac{ky^2}{2} + kly$$

Läge II:
$$W_k^{II} = \frac{mv_{max}^2}{2}$$
$$W_p^{II} = -mgl$$
$$W_{fj}^{II} = \frac{kl^2}{2}$$

Energiprincipen ger nu

$$\cancel{-mgl} - mgy + \cancel{\frac{kl^2}{2}} + \frac{ky^2}{2} + kly = \frac{mv_{max}^2}{2} \cancel{- mgl} + \cancel{\frac{kl^2}{2}} \qquad (**)$$

B2002-9

(forts).

Eftersom $kl = mg$ (från kraftjämvikt för vikten i jämviktsläget) får vi

$$-\cancel{mgy} + \frac{ky^2}{2} + \cancel{mgy} = \frac{mv_{max}^2}{2}$$

$$\frac{ky^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2}$$

Med $y = A$ fås till sist

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}\, A$$

varifrån vi kan gå i mål precis som i Alt 2.

<u>Svar</u>: 0,92 m/s

Kanske kan följande figur hjälpa till att tolka termerna i (**) om man vill: