2331

Det finns olika sätt att lösa uppgiften, men det mest systematiska är nog att utgå från $y = ax^2 + bx + c$.

(a) Välj $a = 1$. Då har vi $y = x^2 + bx + c$. $(*)$

Vi vet att $y(1) = 0$ och $y(-7) = 0$. Insättning i $(*)$ ger

$$\begin{cases} 0 = 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 0 = (-7)^2 + b(-7) + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 1 + b + c & (1) \\ 0 = 49 - 7b + c & (2) \end{cases}$$

Ledvis subtraktion ger (subtrahera (1) från (2))

$0 = 48 - 8b$

$b = 6$

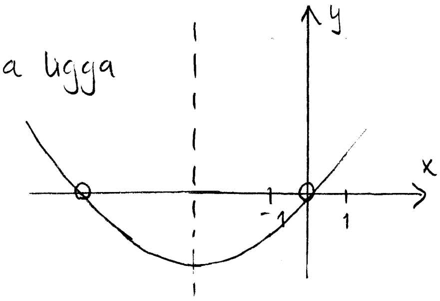
Insättning i (1) ger

$0 = 1 + 6 + c$

$c = -7$

Svar: Till exempel $y = x^2 + 6x - 7$

(b) Om $x = -3$ ger minsta värdet måste nollställena ligga symmetriskt kring $x = -3$.



Låt nollställena vara $x = 0$ och $x = -6$.

Vi vet då att $y(0) = 0$ och $y(-6) = 0$.

Insättning i $(*)$ ger

$$\begin{cases} 0 = 0^2 + b\,0 + c & (1) \\ 0 = (-6)^2 + b(-6) + c & (2) \end{cases}$$

(1) ger $c = 0$. Insättning i (2) ger

$0 = 36 - 6b + 0 \iff b = 6$

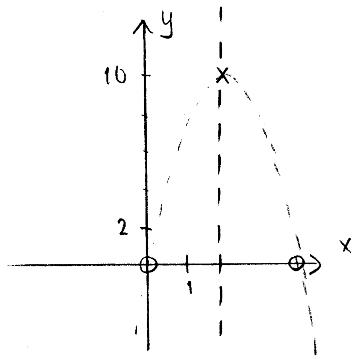
Svar: Till exempel $y = x^2 + 6x$

2331

(forts)

(c) Vertex ska vara $(2, 10)$

Låt nollställena vara $x = 0$ och $x = 4$.



Vi vet då att

$$y(0) = 0$$
$$y(2) = 10$$
$$y(4) = 0$$

Insättning i $y = ax^2 + bx + c$ ger

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c & (1) \\ 10 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c & (2) \\ 0 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c & (3) \end{cases}$$

(1) ger $c = 0$. Då får vi

$$\begin{cases} 10 = 4a + 2b & (2) \\ 0 = 16a + 4b & (3) \end{cases}$$

Multiplicera (1) med (-2) och addera ledvis:

$$-20 = 8a$$

$$a = -\frac{20}{8} = -\frac{5}{2}$$

Insättning i (3) ger

$$0 = 16 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) + 4b$$

$$0 = -40 + 4b$$

$$b = 10$$

Svar: Till exempel $y = -\frac{5}{2}x^2 + 10x$