2211 (a) Bestäm $f'(5)$ om $f(x) = 0{,}8x^2$

Derivatans definition:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \underbrace{\frac{f(a+h) - f(a)}{h}}_{\text{differenskvot}}$$

Lösning:

Börja med att ställa upp och förenkla differenskvoten

1) Differenskvoten $(a = 5,\ f(x) = 0{,}8x^2)$

$$\frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \frac{0{,}8(5+h)^2 - 0{,}8 \cdot 5^2}{h}$$

$$= \frac{0{,}8(5^2 + 2 \cdot 5 \cdot h + h^2) - 0{,}8 \cdot 5^2}{h}$$

$$= \frac{\cancel{0{,}8 \cdot 5^2} + 0{,}8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot h + 0{,}8h^2 - \cancel{0{,}8 \cdot 5^2}}{h}$$

$$= \frac{8h + 0{,}8h^2}{h} = \frac{\cancel{h}(8 + 0{,}8h)}{\cancel{h}} = 8 + 0{,}8h$$

Derivatavärdet kan sedan bestämmas (= gränsvärdet av differenskvoten då h går mot noll)

2) Derivatans värde då $x = 5$:

$$f'(5) = \lim_{h \to 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \lim_{h \to 0} (8 + 0{,}8h) = 8$$

Svar: $f'(5) = 8$