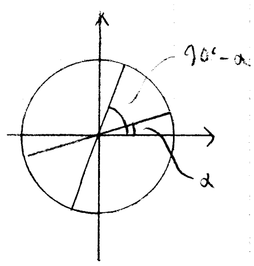
1145

(Notera först att lösningarna till ekvationen kommer att vara vinklar, inte punkters koordinater)

visas inte i figuren i uppgiften

visas i figuren

Från figuren i uppgiften ser vi att lösningarna kommer att vara



$$v = \alpha + n \cdot 180^\circ \quad \text{eller} \quad v = 90^\circ - \alpha + n \cdot 180^\circ \qquad (*)$$

där $\alpha = \arcsin 0{,}24 \quad (\approx 13{,}89^\circ)$

(Vi utgår från att koordinaten 0,24 är exakt)

(Eftersom $\sqrt{0{,}24^2 + 0{,}97^2} \neq 1$ kan inte $(0{,}24; 0{,}97)$ vara en punkt på enhetscirkeln)

Börjar vi i andra änden och löser $\sin kv = a$ allmänt får vi lösningarna

$$kv = \arcsin a + n \cdot 360^\circ \quad \text{eller} \quad kv = 180^\circ - \arcsin a + n \cdot 360^\circ$$

$$v = \frac{\arcsin a}{k} + n \cdot \frac{360^\circ}{k} \qquad v = \frac{180^\circ - \arcsin a}{k} + n \cdot \frac{360^\circ}{k} \qquad (**)$$

Jämför vi nu $(*)$ och $(**)$ ser vi att det måste gälla att

$$\begin{cases} \dfrac{\arcsin a}{k} = \arcsin 0{,}24 & (1) \\[2ex] \dfrac{180^\circ - \arcsin a}{k} = 90^\circ - \arcsin 0{,}24 & (2) \\[2ex] \dfrac{360^\circ}{k} = 180^\circ & (3) \end{cases}$$

Ur (3) får vi att $k = 2$. Insättning i (1) och (2):

$$\begin{cases} \dfrac{\arcsin a}{2} = \arcsin 0{,}24 & (1) \\[2ex] \dfrac{180^\circ - \arcsin a}{2} = 90^\circ - \arcsin 0{,}24 & (2) \end{cases}$$

Eftersom den ena av dessa ekvationer kan skrivas om till den andra, är en av dem överflödig. Vi fortsätter med ekv. (1) enbart

$\boxed{1145}$

(forts)

Ekv. (1) ger

$$\arcsin a = 2\cdot\arcsin 0{,}24$$

$$a = \sin(2\arcsin 0{,}24)$$

$$a \approx 0{,}466$$

Svar: $k=2,\ a\approx 0{,}466 \quad (a=\sin(2\cdot\arcsin 0{,}24))$

Överkurs: a kan också skrivas exakt på annan form, så här:

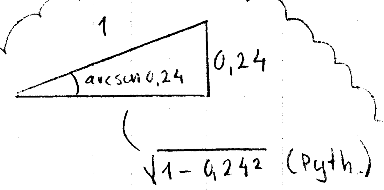
Allt detta bygger dock på att koordinaten 0,24 är exakt.

(Den här gymnastiken behöver vi inte göra i Ma 4-kursen)

$$a=\sin(2\cdot\arcsin 0{,}24) = \left\{\begin{matrix}\text{Dubbla vinkeln}\\ \text{för sinus}\end{matrix}\right\} =$$

$$= 2\cdot\sin(\arcsin 0{,}24)\cdot\cos(\arcsin 0{,}24)$$

$$= 2\cdot 0{,}24\cdot\cos(\arcsin 0{,}24)$$



Ur denna figur ser vi att $\cos(\arcsin 0{,}24)=\dfrac{\sqrt{1-0{,}24^2}}{1}$

$$= 2\cdot 0{,}24\cdot\sqrt{1-0{,}24^2}$$

$$= 0{,}48\sqrt{1-0{,}24^2}$$

$$= \frac{48}{100}\sqrt{1-\frac{24^2}{100^2}}$$

$$= \frac{48}{100}\sqrt{\frac{100^2-24^2}{100^2}}$$

Konjugatregeln "baklänges"

$$= \frac{48}{100}\sqrt{\frac{(100+24)(100-24)}{100^2}} = \frac{48}{100}\cdot\frac{\sqrt{124\cdot 76}}{100}$$

$$= \frac{3\cdot\cancel{16}}{\cancel{4}\cdot 25}\cdot\frac{\sqrt{4\cdot 31\cdot 4\cdot 19}}{\cancel{4}\cdot 25} = \frac{3\cdot 4\cdot\sqrt{31\cdot 19}}{25^2} = \frac{12\cdot\sqrt{589}}{25^2}$$